

Nom :

Prénom :

Livret de Vacances

liaison 2^e \ 1^{re}

Mathématiques



GeoGebra e^x 



$f(x)$



Sommaire

Les **thèmes** ci-dessous sont traités en classe de première. Les **items** associés correspondent aux prérequis de seconde nécessaires pour aborder ces notions sereinement.

Second degré

Prérequis

- Maîtriser les identités remarquables
- Développer ou factoriser une expression
- Résoudre des équations avec la fonction carré
- Résoudre des équations avec un produit nul
- Montrer une égalité
- Savoir utiliser un tableau de variation
- Etudier le sens de variation d'une fonction
- Résoudre des inéquations avec un produit

Suites

Prérequis

- Déterminer des images et des antécédents
- Donner une expression en fonction d'une inconnue
- Calculer avec des puissances
- Calculer avec des fractions
- Utiliser des pourcentages
- Comprendre un programme Python

Produit scalaire outils vectoriels

Prérequis

- Lecture de coordonnées
- Calculer avec des coordonnées
- Manipuler avec la relation de Chasles
- Rappels de Trigonométrie
- Exprimer des coordonnées dans un repère choisit
- Donner un vecteur directeur

Dérivation

Prérequis

- Lire le coefficient directeur d'une droite
- Déterminer une équation de droite de coefficient directeur donné
- Déterminer une équation de droite passant par deux points

Tracer une droite passant par un point et de coefficient directeur donné

Probabilités

Prérequis

Utiliser l'hypothèse d'équiprobabilité

Compléter un tableau et l'exploiter

Construire un arbre et l'exploiter

Géométrie repérée

Prérequis

Etablir la colinéarité de deux vecteurs

Déterminer le vecteur directeur d'une droite d'équation cartésienne donnée.

Calculer les coordonnées du milieu d'un segment et utiliser les propriétés des quadrilatères.

Second degré

Maîtriser les identités remarquables (p.46)

Compléter les égalités suivantes de sorte qu'elles soient vérifiées pour tout nombre réel x .

- $(\dots + 3)^2 = x^2 + \dots + \dots$
- $(5x - \dots)^2 = \dots - \dots + 4$
- $(x + \dots)^2 = x^2 + 14x + \dots$
- $(\dots + \sqrt{3})(\dots - \sqrt{3}) = x^2 - \dots$
- $\dots - \dots + \frac{4}{25} = (x - \dots)^2$

Développer ou factoriser une expression (p.46/48)

Cochez la bonne réponse et justifiez lorsqu'on le demande

- Une expression factorisée de $x^2 - 15x + 14$ est :
 - $x(x-15)+14$
 - $(x-7)(x-2)$
 - $(x-1)(x-14)$
- Une expression développée de $(2x-1)(-x+3)$ est :
 - $5x-3$
 - $-2x^2+5x-3$
 - $-2x^2+7x-3$
- Une expression développée de $2(x-1)^2-3$ est :
 - $4x^2-8x+1$
 - $2x^2-5$
 - $2x^2-4x-1$
- Une expression égale à $2(x - \frac{1}{2})(x+2)$ est :
 - $(2x-1)(2x+4)$
 - $2x^2+3x-2$
 - $x^2+\frac{3}{2}x-1$

5.

1. Factoriser l'expression $A= 3(x+2)+x^2+4x+4$
A= ...

2. Factoriser l'expression $B= (x-3)^2 - (x-4)^2$
B= ...

3. Factoriser l'expression $C= 2x+2+1-x^2$
C= ...

4. Factoriser l'expression $D=(3x-2)(x-4)+3x-2$
D= ...

Résoudre des équations avec la fonction carré (p.90)

1. Dans IR L'équation $x^2=10$:
- a pour solution 5
 - a pour solutions -5 et 5
 - a pour solutions $-\sqrt{10}$ et $\sqrt{10}$
 - n'a pas de solutions

2. Dans \mathbb{R} L'équation $x^2+5=0$:

- a pour solution - 5
- a pour solutions -2,5
- a pour solutions $-\sqrt{5}$
- n'a pas de solutions

Résoudre des équations avec un produit nul (p.93)

Dans \mathbb{R} l'équation $(5-2x)(x+3)=0$ admet pour solution $\frac{5}{2}$ et 3.

- L'affirmation est Vraie
- L'affirmation est Fausse

Justification

Montrer une égalité

Montrer, pour tout nombre réel x , les égalités suivantes :

$$(2x-1)^2-4=4x^2-4x-3$$

$$x^3-1=(x-1)(x^2+x+1)$$

$$x^2 + (x+1)^2 = \frac{(2x+1)^2 + 1}{2}$$

Savoir utiliser un tableau de variations (p.234/237)

1. Soit f une fonction définie sur $[-4 ; 6]$ dont le tableau de variation est le suivant :

x	-4	0	2	6
f(x)	0	-1	1	-2

Diagram description: The table shows a function f(x) with values at x = -4, 0, 2, 6. The values are 0, -1, 1, -2 respectively. Blue arrows indicate the function's behavior: from x = -4 to x = 0, the function decreases from 0 to -1; from x = 0 to x = 2, it increases from -1 to 1; and from x = 2 to x = 6, it decreases from 1 to -2.

Compléter :

- Le minimum de f sur $[-4 ; 6]$ est
- Ce minimum est atteint en
- Le maximum de f sur $[-4 ; 6]$ est
- Ce maximum est atteint en

- Le minimum de f sur $[-4 ; 2]$ est
- Ce minimum est atteint en

- Le maximum de f sur $[0 ; 6]$ est
- Ce maximum est atteint en

2. Soit f une fonction définie sur $[-3 ; 4]$ dont le tableau de variation est le suivant

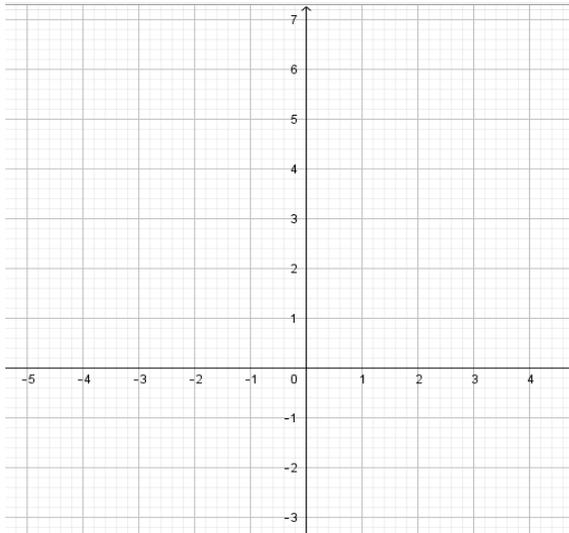
x	-3	-2	1	4
$f(x)$	5		2	

Cochez la bonne réponse

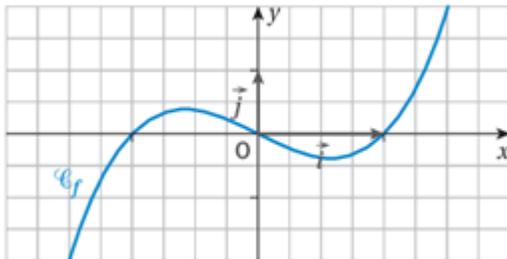
- a. Le point $A(1 ; 2)$ appartient à la courbe représentative de f
- Vrai
 - Faux
 - Les Renseignements sont insuffisants
- b. Le point $B(2 ; 1)$ appartient à la courbe représentative de f
- Vrai
 - Faux
 - Les Renseignements sont insuffisants
- c. $f(-2,5) > 0$
- Vrai
 - Faux
 - Les Renseignements sont insuffisants
- d. $f(3) > 0$
- Vrai
 - Faux
 - Les Renseignements sont insuffisants

- e. f est strictement croissante sur $[0 ; 2]$
- Vrai
 - Faux
 - Les Renseignements sont insuffisants
- f. f est positif ou nul sur $[-1 ; 3]$
- Vrai
 - Faux
 - Les Renseignements sont insuffisants
- g. La courbe de f et l'axe des abscisses ont deux points communs.
- Vrai
 - Faux
 - Les Renseignements sont insuffisants
- h. Si $x \in] - 3 ; 1[$ alors $f(x) \in [0 ; 5[$
- Vrai
 - Faux
 - Les Renseignements sont insuffisants
- i. $f(2,2) > f(2,3)$
- Vrai
 - Faux
 - Les Renseignements sont insuffisants

j. Tracer une courbe susceptible de représenter la fonction f



3. La courbe ci-dessous représente une fonction f sur $[-1,5 ; 1,5]$



- Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=0$

- Résoudre l'inéquation $f(x)>0$

- Résoudre l'inéquation $f(x) \leq 0$

Étudier le sens de variation d'une fonction (p.236)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 4x^2 - 3$

1. On souhaite montrer que f est croissante sur $[0; +\infty[$.

Nous étudierons le signe de la différence $f(b) - f(a)$ pour a et b appartenant à l'intervalle $[0; +\infty[$.

Soit $0 \leq a < b$ montrer que $f(b) - f(a) = 4(b-a)(b+a)$.

$f(b) - f(a) = \dots$

Compléter par le signe qui convient ($<$; $>$; \leq ; \geq ; $=$) et le mot qui convient.

Comme $a \dots b$ alors $b - a \dots 0$;

Comme $a \dots 0$ et $b \dots 0$ alors $b + a \dots 0$.

On a donc $f(b) - f(a) \dots 0$, et par conséquent $f(a) \dots f(b)$.

f est donc strictement..... .

2. Recommencer le même travail sur l'intervalle $]-\infty ; 0]$.

...

...

Résoudre des inéquations avec un tableau (p.92/94/95)

Signe du produit $P(x)=(3x-9)(2x+8)$

Compléter le tableau de signe

x	$-\infty$	$+\infty$
3x-9	...	0
2x+8	...	0
P(x)	...	0	...	0

$P(x) > 0$ pour $x \in \dots\dots\dots$

$P(x) \leq 0$ pour $x \in \dots\dots\dots$

Vérification

$P(0)= \dots\dots\dots$ $P(4)= \dots\dots\dots$. $P(-5)= \dots\dots\dots$

Signe du quotient $Q(x)=\frac{3x-9}{2x+8}$

La valeur interdite est :

Compléter le tableau de signe

x	$-\infty$	$+\infty$
3x-9	...	0
2x+8	...	0
P(x)	...	0	...	0

$Q(x) > 0$ pour $x \in \dots\dots\dots$

$Q(x) \leq 0$ pour $x \in \dots\dots\dots$

Suites

Déterminer des images et des antécédents (p.194)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x)=5x-1$

- Calculer l'image de 3
- Calculer $f(-2)$
- Déterminer le ou les antécédents de 14

Donner une expression en fonction d'une inconnue (p.194)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x)=x^2-1$.

Soit n un entier naturel

a. Exprimer $f(n)$ en fonction de n

$f(n)= \dots$

b. Exprimer $f(n+1)$ en fonction de n

$f(n+1)= \dots$

Calculer avec des puissances (p.44/47)

Ecrire à l'aide d'une seule puissance les expressions suivantes :

$$A = 2^7 \times 2^2 = \dots$$

$$B = \frac{2^8}{2^3} = \dots$$

$$C = (5^{-2})^3 = \dots$$

Calculer avec des fractions (p.46/53)

Le nombre $C = \frac{8}{15} - \frac{\frac{4}{3} \times \frac{1}{3}}{\frac{5}{6}}$ vaut :

- $\frac{1}{15}$
- 0
- 2

Dans \mathbb{R} l'équation $\frac{3}{2}x + \frac{7}{4} = x - \frac{2}{5}$ a pour solution

- $\frac{-47}{15}$
- $\frac{-43}{10}$
- $\frac{-6}{15}$

Utiliser des pourcentages (p.260/262)

- Un T-shirt coûte 19 €. Pour les soldes, le magasin propose une réduction de 20 %.
Quel est le nouveau prix du T-shirt ?
- Le prix d'un article passe de 10€ à 12€. Quel est le taux d'évolution en pourcentage

Comprendre un programme python (p.200)

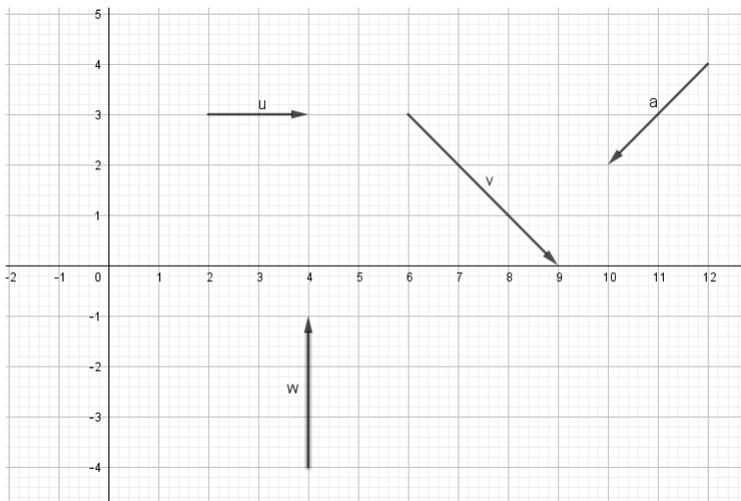
Voici trois algorithmes et un programme Python.

<p>1. $C \leftarrow 2$ Pour i variant de 1 à 5 faire $C \leftarrow C + i^2$ Fin Pour</p>	<p>2. $A \leftarrow 20$ Si $A \leq 20$ Alors $B \leftarrow 3 \times A + 1$ Sinon $B \leftarrow 2 \times A$ Fin Si</p>	<p>3. $U \leftarrow 0; I \leftarrow 0$ Tant que $U < 15$ faire $I \leftarrow I + 1$ $U \leftarrow U + 2 \times I$ Fin Tant que</p>	<p>4. $u=5$ for k in $\text{range}(1,7)$: $u=u+k$</p>
--	---	---	---

	A	B	C	D
11 La valeur de C à la fin de l'algorithme 1 est	5	25	32	57
12 La valeur de B à la fin de l'algorithme 2 est	20	40	61	122
13 La valeur de U à la fin de l'algorithme 3 est	4	15	20	30
14 La valeur de k à la fin du programme 4 est	1	6	7	8

Produit scalaire outils vectoriels

1. Lecture de coordonnées (p.124)



Par lecture graphique \vec{u} a pour coordonnées ()

Par lecture graphique \vec{v} a pour coordonnées ()

Par lecture graphique \vec{w} a pour coordonnées ()

Par lecture graphique \vec{a} a pour coordonnées () .

1. Calculer avec des coordonnées (p.117)

On considère les points A(-2 ;3) , B(-1 ; -2) , C (4 ;3) et D(0 ; -5)

a. Calculer les coordonnées des vecteurs : \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{DB} , \overrightarrow{CD}

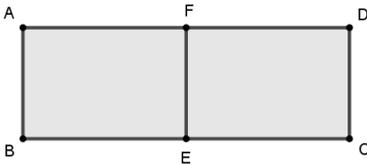
b. Calculer les longueurs AB, BD et CD.

c. Calculer les coordonnées du milieu des segments [AB] et [CD].

2. Manipuler la relation de Chasles (p.118)

On considère un rectangle ABCD tel que $AB=3$ et $BC=8$.

Les points E et F sont les milieux des segments [BC] et [AD].



Recopier et compléter les égalités suivantes.

- $\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FC} = \dots$
- $\overrightarrow{CF} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FA} = \dots$
- $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{FD} = \dots$
- $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AE} = \dots$
- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} = \dots$
- $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{FD} = \dots$
- $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \dots$
- $\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{AE} = \dots$
- $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CF} = \dots$

Rappels de Trigonométrie (p.143)

Soit le triangle ABC tel que $AB=10$, $AC=8$ et $BC=6$

1 Montrer que le triangle ABC est rectangle.

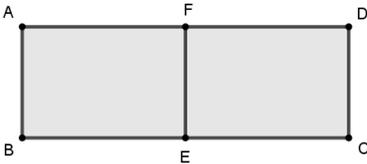
2 Déterminer la valeur du cosinus de l'angle \widehat{BAC}

3 En déduire la valeur approchée de l'angle \widehat{BAC} en degré.

Exprimer des coordonnées dans un repère choisi

On considère un rectangle ABCD tel que $AB=3$ et $BC=8$.

Les points E et F sont les milieux des segments [BC] et [AD].



Sans justifier donner les coordonnées de tous les points de la figure dans le plan muni du repère $(B; \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$: ...

Donner un vecteur directeur (p.164/165)

Pour chacune des équations cartésiennes de droites ci-dessous donner un vecteur directeur des droites d'équation

$$\text{a) } -2x+3y+3=0$$

$$\text{b) } x+5y=0$$

$$\text{c) } 3x-4y-1=0$$

$$\text{d) } y=-4x+5$$

Dérivation

Lire le coefficient directeur d'une droite (p.167)

Pour chacune des droites représentées ci-dessous, lire graphiquement sa pente (coefficient directeur).

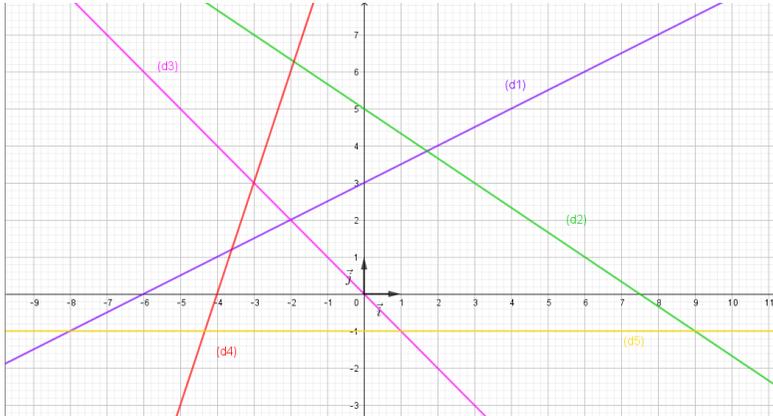
(d1) : $m_1 = \dots$

(d2) : $m_2 = \dots$

(d3) : $m_3 = \dots$

(d4) : $m_4 = \dots$

(d5) : $m_5 = \dots$



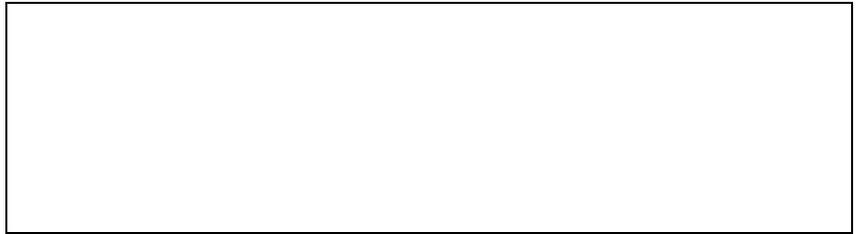
Déterminer une équation de droite de coefficient directeur donné

Déterminer une équation des droites (d1) ;(d2) et (d5)

Déterminer une équation de droite passant par deux points

Déterminer l'équation cartésienne de la droite (d4). **(p.169)**

On note A (-3 ;3) et B(-2 ;6) deux points de (d4) :



Tracer une droite passant par un point et de coefficient directeur donné

Dans le repère de la page précédente tracer la droite (d₆) passant par le point M (2 ;2) et de coefficient directeur -2.

Statistiques & Probabilités

Moyenne et écart-type

On considère la série statistique définie par le tableau :

variable							
Effectif							

Utiliser les listes de la calculatrice pour calculer :

* La moyenne : $m = \dots$

* L'écart-type : $\sigma = \dots$

* Les quantiles : $Q_1 = \dots$ et $Q_3 = \dots$

Utiliser l'hypothèse d'équiprobabilité (p.306/309)

On considère une urne contenant des boules indiscernables au toucher : quatre boules vertes numérotées de 1 à 4 et six boules rouges numérotées de 5 à 10. On tire au hasard une boule.

- a. Quelle proposition est un évènement élémentaire ?
- Tirer une boule avec le numéro 1
 - Tirer une boule rouge avec un numéro impair.
 - Tirer une boule verte avec un numéro pair.
- b. Quelles sont les propositions comportant les évènements incompatibles?
- Tirer une boule verte et tirer une boule avec le numéro 8.
 - Tirer une boule avec le numéro 1 et tirer une boule avec le numéro 2.
 - Tirer une boule verte et tirer une boule avec le numéro 2.

Compléter un tableau et l'exploiter (p.315)

On choisit aléatoirement de manière équiprobable une personne dans un groupe constitué de 50 étudiants dont 35 sont des filles parmi lesquelles 7 sont françaises et 10 sont des garçons étrangers.

On considère les événements, E : « l'étudiant choisi est étranger » et G : « l'étudiant choisi est un garçon »

Compléter le tableau ci-dessous.

	Etrangers	Français	TOTAL
Garçons	10		
Filles			
TOTAL			50

On interroge une personne au hasard.

- a. Quelle est la probabilité que cette personne soit étranger ?

P(...)=

b. Décrire l'événement \bar{G}

c. Déterminer la probabilité $P(\bar{G})$

d. Décrire l'événement $\bar{E} \cap G$

e. Calculer la probabilité $p(\bar{E} \cap G)$

f. Décrire l'événement $E \cup F$

g. Calculer la probabilité $p(E \cup F)$

- h. On choisit cette fois-ci une fille, quelle est la probabilité p_1 qu'elle soit étrangère ?

Construire un arbre et l'exploiter (p.315)

Lors d'une offre promotionnelle, une patinoire propose à ses clients de faire tourner une roue pour gagner un bon de réduction sur la location de patins. On suppose qu'il y a équiprobabilité, c'est-à-dire qu'il y a autant de chances de gagner un bon de réduction que de ne pas en gagner.

On interroge au hasard trois clients.

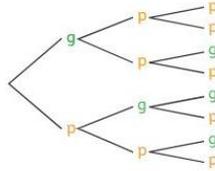
1. Parmi les arbres des possibles suivants, lequel représente cette possibilité ?

On note g pour « gagné » et p pour « perdu »

Arbre 1 :

Arbre 2 :

Arbre 3 :



- Arbre 3
- Arbre 1
- Arbre 2

2.a. Déterminer la probabilité que les trois clients aient obtenu un bon de réduction.

2.b. Déterminer la probabilité qu'au moins un client ait obtenu un bon de réduction.

Géométrie repérée

Établir la colinéarité de deux vecteurs (p.123)

1. Les vecteurs suivants sont colinéaires ?

$$\vec{u}\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v}\begin{pmatrix} -8 \\ 6 \end{pmatrix}$$

- Vrai
 Faux

2. Les vecteurs suivants sont colinéaires ?

$$\vec{w}\begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{z}\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

- Vrai
 Faux

Calculer les coordonnées du milieu d'un segment et utiliser les propriétés des quadrilatères (p.117)

A(2 ;1) B(-2 ;3), C(-3 ;1) et D(1 ; -1) sont des points du plan muni d'un repère orthonormé.

a. Les coordonnées $(x_I; y_I)$ du milieu I de [AC] sont :

$$x_I = \dots$$

$$y_I = \dots$$

b. Les coordonnées $(x_J; y_J)$ du milieu J de [BD] sont :

$x_J = \dots$

$y_J = \dots$

c. Qu'en déduisez-vous sur la nature du quadrilatère ABCD ?

- C'est un quadrilatère quelconque
- C'est un rectangle
- C'est un losange.
- C'est un parallélogramme.
- C'est un carré.

d. Soit le vecteur \vec{u} de coordonnée (-1 ;3) alors $\|\vec{u}\|$ est égale à :

- 4
- $\sqrt{3}$
- 2

Formulaire

Calcul littéral

- Distributivité $k(a+b)=ka+kb$ et $k(a-b)=ka-kb$
- Double distributivité $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$
- Identités remarquables :
 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
 $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

Opérations sur les puissances

- Pour n et p entiers et a et b réels (a et b non nuls)
- $a^0=1$; $a^1=a$; $a^n \times a^p = a^{n+p}$; $\frac{a^n}{a^p}=a^{n-p}$; $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $(a \times b)^n = a^n \times b^n$; $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Opérations sur les fractions

- Modification ou simplification $\longrightarrow \frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$ ($b \neq 0 ; k \neq 0$)
- Addition et soustraction $\longrightarrow \frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$ ($b \neq 0$)
- Multiplication $\longrightarrow \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ (b, d non nuls)
- Division $\longrightarrow \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$ (b, d, c non nuls)

Règles de calcul sur les inégalités

- $a \leq b$ équivaut à $a \pm c \leq b \pm c$
- $a \leq b$ équivaut à $ka \leq kb$ (avec $k > 0$)
- $a \leq b$ équivaut à $ka \geq kb$ (avec $k < 0$)
- $a \leq b$ équivaut à $\frac{a}{k} \leq \frac{b}{k}$ (avec $k > 0$)
- $a \leq b$ équivaut à $\frac{a}{k} \geq \frac{b}{k}$ (avec ($k < 0$))

Probabilités

- En situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un évènement A est

$$p(A) = \frac{\text{nb d'issues réalisant A}}{\text{nb total d'issues}}$$

- Pour tous évènements A et B, on a :

$$P(A \cup B) + p(A \cap B) = p(A) + p(B)$$

$$P(\bar{A}) = 1 - p(A)$$

Vecteurs colinéaires

- \vec{u} et \vec{v} (non nuls) sont colinéaires s'il existe un réel k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$.
- $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ colinéaires si et seulement si $\det(\vec{u}; \vec{v}) = 0$ si et seulement si $xy' - yx' = 0$

Les mathématiques interviennent dans divers Domaines.

En MEDECINE

En SCIENCES HUMAINES

En SCENCES DE L'INGENIEUR

EN SCIENCE DE LA VIE ET DE LA TERRE

EN SCIENCE PHYSIQUES

EN ECONOMIE

EN SPORT

EN THEORIE DES JEUX

EN GEOGRAPHIE

EN ARCHITECTURE

En TELECOMUNICATION

EN INFORMATIQUE

En FINANCES ET RISQUES

Plusieurs métiers sont liés à ces domaines, voici une liste non exhaustive de ces métiers.

Ingénieur –Enseignant-Professeur des écoles-économétricien-
astrophysicien-actuaire-analyste financier-chargé d'études marketing-
Informaticien-Opticien Lunetier-Pharmacien-Banquier-Statisticien-
Administrateur de base de données-Contrôleur de gestion-Pilote de ligne-
Mécanicien-Développeur-Administrateur système réseaux-Chef cuisinier-
Couturier –Architecte-Automaticien.

Lien important : <http://www.onisep.fr/Decouvrir-les-metiers>

<http://www.onisep.fr/Ma-voie-scientifique>